UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID
FACULTAD DE FILOSOFÍA
TRABAJO FIN DE GRADO
ENSAYO

La Matemática como Invención Humana
Ludwig Wittgenstein

Esteban Yeray García Mederos
Estebang@ucm.es
Grupo 8
"Filosofía de la lógica matemática contemporánea".
Junio 2017
Número de caracteres:49.303

ÍNDICE

0. Introducción.

El propósito de este ensayo filosófico es presentar observaciones sobre los fundamentos de la matemática. Comprenderemos la investigación principalmente desde el autor Ludwig Wittgenstein, más concretamente a partir de su segunda etapa de pensamiento. El objetivo de la exégesis consistirá en analizar temáticas que se pueden desarrollar a partir de esta concepción Wittgensteiniana, y trataremos contenidos como son primordialmente: lo sorprendente de la matemática, cómo ésta se nos presenta como nueva imagen, nuevo concepto y también como una actividad humana que produce esencia. A consecuencia de estos primeros, examinaremos cómo se utilizan, su carácter psico-lingüístico y cómo nos afecta en nuestra *forma de vida.* Todas éstas se pueden aunar bajo la tesis "La Matemática como invención Humana".

El alcance de estas investigaciones tiene un carácter general, ya que el autor nunca llegó a concluir estas indagaciones y todo el material obtenido son recolecciones de manuscritos publicados tras su muerte por fuentes indirectas como alumnos, filósofos amigos y especialistas sobre Wittgenstein. La originalidad radicará en que nos atreveremos, en esta urdimbre temática, a relacionar este análisis sobre la filosofía de la lógica matemática con otros campos de pensamiento, como la epistemología, la filosofía de la psicología, sobre todo con la filosofía del lenguaje y la filosofía en general. El límite se encontrará en esclarecer mejor las concepciones del vienés y lo que quería apuntar sin llegar hacer una teoría filosófica.

La metodología utilizada, en algunos casos será similar a la Wittgensteiniana en las *Investigaciones Filosóficas*, es decir con ejemplos, analogías, a veces describiendo y otras utilizando la imaginación; en otras ocasiones, los métodos empleados serán más explicativos y orientativos para poder arrojar luz sobre las principales conclusiones. Pretendemos con ello enriquecer las explicaciones utilizando la gramática que nos aporta el austriaco, pero no describiéndolas por las nociones mismas, sino a través de ellas "La idea se asienta en cierto modo como unas gafas ante nuestras narices y lo que miramos lo vemos a través de ellas”[1]. Estas nociones son *los aires de familia, vaguedad de los sentidos, forma de vida, juegos del lenguaje, contextos particulares*; evitaremos de este modo quedarnos en la mera definición abstracta, que nos lleva en nuestra vida cotidiana a formular razonamientos de carácter deductivo e inductivo tratando el lenguaje de una manera ideal, esto ocurre sobre todo en el campo académico e intelectual. El lenguaje natural vicia a los hablantes de una manera, que por economizar y por utilidad se dejan llevar por el deseo de generalizar, dando así un regla normativa y segura. Esta manera que tiene el vienés de expresarse, tiene por objeto des-automatizar el lenguaje, hacer recordar que este “no ofrece un modelo completo de racionalidad, ya que no refleja de manera unívoca un universo ordenado, no expresa un lenguaje ideal, trascendente”[2]. Las consecuencias de este tipo de razonamientos justificativos o de fundamentación, afecta directamente a una *forma de vida*, y a enunciados que nos llevan a problemas paradójicos o circulares en los campos de conocimiento ya mencionados. Gracias a este planteamiento, se nos dará la oportunidad de asentarnos sobre el estudio utilizando el lenguaje y el pensamiento del segundo Wittgenstein, que es una interpretación más pragmática. Sin negar la definición -Teoría del diccionario- como un mal recurso explicativo, utilizaremos cada cual en cada caso según el contexto. De la siguiente manera, trataremos conceptos matemáticos desde su visión filosófica peculiar, que es desenredando nudos lingüísticos-conceptuales como por ejemplo: *la proposición, el número, la fórmula* entre otras, y cómo se utilizan en matemáticas. Por consiguiente, finalizaremos con el estudio de la naturaleza de la fundamentación de los conceptos matemáticos y de la misma, subrayando que estos conceptos y la propia matemática no requieren de justificación para usarse.

Sin dar respuestas, intentaremos abrir nuevas líneas de investigación, o por lo menos tratar o hacer ver estas mismas teorías de manera diferente a las más convencionales.

A parte de los temas tratados en esta investigación, cabe destacar que Wittgenstein no solo trató estos temas con respecto a las matemáticas. También se pueden encontrar cuestiones como: el concepto de contradicción y demostración de consistencias,

---

[1] Wittgenstein, Ludwig. “Investigaciones Filosóficas”. Ed. Crítica 2008. Edición española traducido por Alfonso García Suárez y Ulises Moulines. (pp. 103).

[2] Sadovsky, Eugenio. Artículo “ Matemáticas sin metafísica; en los juegos del lenguaje de Wittgenstein”. *Perspectivas Metodológicas / 18 /Vol. II /Año 2016.*

paradojas circulares, relación de las proposiciones matemáticas y empíricas, relación entre el cálculo y el experimento, teoría de conjuntos: Asimismo, trata el teorema de Gödel sobre la existencia de las proposiciones indemostrables pero verdaderas en el principia matemática, el procedimiento de la diagonal, las diferentes variedades del concepto de número, la demostración matemática e inferencia lógica, y la conexión que hay entre demostración y formación de conceptos en matemáticas, el modo extensional de ver las cosas en matemáticas, observaciones sobre el concepto de generalidad -especialmente el papel de la formación de conceptos-, y entre otros muchos temas la relación entre concepto y verdad en matemáticas.

1. La Persuasión del carácter Universal y Necesario.

El argumento lógico-matemático[3] en la concepción tradicional es un método de carácter general y formal, en otras palabras, estudian la figura, recogiendo así las operaciones más usuales, y por este carácter de general se le denomina "universal". Por consiguiente, es simple (en su significado más literal, simplificado) y por lo tanto esquemático. La lógica general, es una teoría acerca de la validez de los argumentos o de la inferencia, estudia las propiedades comunes a todos los argumentos, y como afirma Quine del mismo modo es neutral. La lógica también es normativa, lo que hace el lógico es describir normas, y por esta razón se le concede su carácter necesario. En otras palabras, siguiendo la norma es lo que no se puede dar de otra forma. En suma, se define como formal, universal, neutral, objetiva y estudia los argumentos, no depende de evidencias empíricas, y generalmente se entiende que no depende de las creencias personales.[4]

[3] Wittgenstein muchas veces trata sinónimamente las nociones de lógica y matemática. A saber, aquí el concepto fundamental es el de "gramatical", que a veces Wittgenstein hace sinónimo de "lógico" y dentro del cual caen muchas cosas incluyendo la aritmética, la teoría de la inferencia, etc. Siempre está remitiendo a la su concepción de la matemática, entendiéndose ésta dentro de su filosofía del lenguaje.

[4] De éste rasgo, como de algunas de las características nombradas aquí, no estamos de acuerdo según el razonamiento de este estudio, iremos explicando nuestra posición acerca de cada una de ellas a medida que vayamos avanzando en la investigación.

Frente a esta imagen tradicional nuestro autor, expresa un afán por investigar los fundamentos matemáticos, comprendiéndolos desde la filosofía del lenguaje, desvelando así su contenido psicológico en sus acciones y su utilidad pragmática, es decir, como herramienta de uso en casos particulares, que tendrá que ver con el contenido que proporcione su forma de vida, marco cultural etc.

1.1. La Matemática como Gramática de Juegos del lenguaje, y Filosofía del Lenguaje natural.

La matemática en general, utilizamos esta nomenclatura porque su definición es muy problemática, es "una ciencia deductiva que estudia las propiedades de los entes abstractos, como son los números, figuras geométricas o símbolos y sus relaciones"[5]. También, la matemática es la ciencia que extrae patrones que se dan de manera necesaria y lo expresa de una manera sencilla y elegante estéticamente. En la concepción moderna occidental, se le ha concedido u otorgado[6] unas características, como son: *a priori, universal y necesario*[7]. Es un instrumento que trata cuestiones de una manera clara y precisa, ocupando un lugar fundamental y controvertido entre las ciencias por su forma de conocimiento. Esta concepción de la lógica pretende remarcar su distancia respecto al lenguaje natural. Este, en contraste, se define como ambiguo en sus significados dependiendo de sus contextos y usos, pudiendo albergar errores de interpretación entre los hablantes.

Nuestro autor, desde su perspectiva filosófica del lenguaje personal, afirma tener objeciones contra esta concepción de la matemática tradicional. Y atestigua que, tanto el

---

[5] Estamos trabajando con la definición de la Matemática dada por la Real Academia de la lengua española. Palabra, Matemáticas. Spring [on line] [26 de Abril, 2017] Disponible en Internet; <URL: http://dle.rae.es/?id=ObS8ajk

[6] Estamos hablando siempre en términos psicológicos, aquí nos referimos con *otorgado* a un pacto entre los hablantes que utilizan la palabra bajo estos criterios.

[7] Un ejemplo es el conocimiento matemático Kantiano; que es a priori, es decir, un conocimiento sin intervención o con independencia de la experiencia, y por lo tanto universal y necesario.

lenguaje natural como el matemático son lenguajes ricos en vaguedad de significados[8], siendo esto lo positivo del mismo lenguaje. Afirmando que lo que incorpora la matemática al lenguaje natural no es más que una nueva gramática, que a su vez, pertenece como juego del lenguaje a otro más amplio, que es al del mismo lenguaje natural. Es decir, ¿cómo las matemáticas van a tener una propiedad clara y precisa como ciencia, si ésta pertenece de por sí al propio lenguaje natural que es vago en sus sentidos?[9]. Las matemáticas en sí, como la biología, la arquitectura y demás estudios de conocimiento, son un juego del lenguaje que se sitúan dentro del lenguaje natural, y por consiguiente, no puede tener un estatus ontológico ni situarse a parte del lenguaje al que pertenece, ni por encima.

Afirmar que las matemáticas son exactas, es como afirmar que el lenguaje natural es exacto, y sólo lo es utilizándolo de una manera superficial y primitiva, como explica él mismo al inicio de *Las Investigaciones Filosóficas,* citando a San Agustín como mal ejemplo (por lo menos en parte) de explicación del lenguaje.

> "[Cuando ellos (los mayores) nombraban alguna cosa y consecuentemente con esa apelación se movían hacia algo, lo veía y comprendía que con los sonidos que pronunciaban llamaban ellos a aquella cosa cuando pretendían señalarla. Pues lo que ellos pretendían se entresacaba de su movimiento corporal: cual lenguaje natural de todos los pueblos que con mímica y juegos de ojos, con el movimiento del resto de los miembros y con el sonido de la voz hacen indicación de las afecciones del alma al apetecer, tener, rechazar o evitar cosas. Así, oyendo repetidamente las palabras colocadas en sus lugares apropiados en diferentes oraciones, colegía paulatinamente de qué cosas eran signos y, una vez adiestrada la lengua en esos signos, expresaba ya con ellos mis deseos.]

[8] Que no tiene un significado fijo, único y preciso para todos sus usos. Por el contrario, queremos decir con *vaguedad* que el significado de las palabras puede variar, es ambiguo, confuso, dependiendo de su uso particular, juego o lo que se quiera expresar.

[9] Esto no quiere decir que la comunidad de hablantes que utilizan el mismo lenguaje no se entienda, es vago pero muy preciso.

> En estas palabras obtenemos, a mi parecer, una determinada figura de la esencia del lenguaje humano. Concretamente ésta: Las palabras del lenguaje nombran objetos — las oraciones son combinaciones de esas denominaciones.
> — En esta figura del lenguaje encontramos las raíces de la idea: Cada palabra tiene un significado. Este significado está coordinado con la palabra. Es el objeto por el que está la palabra."[10]

Esta noción del lenguaje agustiniana en contra-posición de la Wittgensteiniana[11], es fundamental para comprehender cómo vamos a abordar el lenguaje matemático, ya que estas dos maneras de entender el lenguaje, son las que explican las diferentes concepciones matemáticas que estamos tratando. La primera imagen o concepción[12]: La matemática como ciencia clara y precisa, que es como se venía entendiendo tradicionalmente, a diferencia del lenguaje natural. Esta segunda visión matemática, que está bajo la nueva concepción del lenguaje; según el vienés, piensa a la matemática como juego del lenguaje, en un programa en el que el lenguaje matemático está integrado como una pequeña parte del lenguaje natural, que tiene la virtud según Wittgenstein de ser *vago.* En otras palabras, la primera noción se caracteriza por tener sentidos fijos e inmutables, y la segunda noción, sentidos dependiendo del uso y del contexto.

La primera teoría del lenguaje, la concepción tradicional (Wittgenstein I), a la que nos referíamos en la cita de San Agustín, se relaciona con *la tesis del diccionario,* afirmando que las palabras tienen un significado fijo e inmutable. Es decir, los nombres son objetivos y se pueden abstraer de cualquier contexto, los sentidos son precisos y exactos, y el conjunto de estos significados hace un diccionario común. Esta tesis, como se puede observar, presupone *el modelo Nombre-objeto.* El segundo Wittgenstein se opone de cierta manera a este modelo de pensamiento, aunque también lo integra, afirmando que este primer modelo no tiene en cuenta que las mismas palabras pueden tener diferentes significados dependiendo de su uso particular, contexto, cultura, etc. La

[10] Wittgenstein, Ludwig. *"Investigaciones Filosóficas".* Ed. Crítica 2008. Edición española traducido por Alfonso García Suárez y Ulises Moulines. (pp. 8).

[11] Siempre que nos refiramos a Wittgenstein y su pensamiento, lo estaremos situando en su segunda etapa, a menos que digamos lo contrario.

[12] Wittgenstein siempre declaró que él nunca proponía tesis filosóficas.

teoría del diccionario no es falsa, pero es insuficiente, y objeta con respecto a su visión tractariana del lenguaje que las palabras no tienen significados estáticos (Nombre-etiqueta) sino vagos. San Agustín parte de la historia, y piensa que esas palabras ya se adecuarán[13], pero esto no es sólo la historia afirma el vienés. *El Modelo Nombre-Objeto*, es parte de la técnica ostensiva de lo que se quiere explicar, pero cuando se quiere ver cómo funciona el lenguaje, vemos que esto es una descripción parcial. Y lo que ha dejado fuera es lo que le parece a Wittgenstein que es fundamental. Frege por ejemplo, era consciente de que estaba haciendo un recorte. No vio la pluralidad de los significados de la palabra, y no entendió que iba en relación con su uso, aun así estaba comprometido con la concepción tradicional.

San Agustín, Frege, Russell y Wittgenstein (en su primera etapa), salvando las distancias, tienen un *aire de familia* en la primera visión del lenguaje, parten del presupuesto tal como que el significado si no es exacto, no es significado. Tiene que tener un significado genuino (a parte de las cosas ya dadas). Se puede leer entre líneas en *el Tractatus*, su única obra en vida, que todos queremos decir lo mismo en las diferentes culturas, por lo tanto, tendremos las mismas reglas. Nuestro autor pretendía al comienzo de la obra crear un lenguaje claro, preciso, sin ambigüedades y para todos partiendo del lenguaje lógico. Esta visión del lenguaje tradicional, sí es coherente con la concepción o parámetros antes mencionados: a priori, universal y necesario de las matemáticas, que es con la rompe en su siguiente etapa, llamándose este periodo *el giro lingüístico*.

El segundo Wittgenstein, puntualiza, y afirma que la idea principal del *Tractatus* es solo una pequeña parte de cómo se usa el lenguaje, y llega a decir que concebir el mundo solo de esta perspectiva produce confusión y niebla. Lo cual quiere decir que no nos deja ver claramente qué significa o cómo funciona el lenguaje. Wittgenstein insiste que no está mal esta primera explicación en grandes rasgos, pero que sólo es una pequeña parte. Entre el nombre y la cosa falta *la instrucción*, la educación o aprendizaje que se va aprendiendo con la práctica en la vida cotidiana. En las diferentes actividades diarias, es la que hace aprehender (interiorizar) los diferentes significados de la palabra, e incluso crear nuevos usos. Entenderlo de esta manera, provoca una escena completamente

[13] San Agustín parte de esta teoría primitiva según nuestro autor, y afirma que la complejidad del lenguaje ya se adecuará, sin dar más explicaciones.

diferente. El vienés siempre pone ejemplos que son favorables para su explicación, y en el caso de las matemáticas le cuesta más, porque en éstas, las reglas son fijas (necesarias), y ya veremos a lo largo del ensayo el porqué de esta condición.

2. El Adiestramiento.

Avanzando en nuestro razonamiento, y como afirmamos en el punto (1) y (1.1), el carácter universal y necesario que se daba en las matemáticas, queda afectado por la segunda concepción del lenguaje. Tras este cambio de modelo de pensamiento se empieza a concebir un proyecto pragmático, líquido, que replantea la exactitud de certeza de las operaciones matemáticas, como también revoluciona y redefine las entidades abstractas con las que trabaja, como son: número, fórmula, conjuntos, etc. La matemática hasta aquí, fue considerada como paradigma de verdades y punto de apoyo del edificio epistemológico, hasta que en el siglo XX, el giro lingüístico aporta la filosofía sobre el lenguaje y sus límites, replantea a su vez los límites del conocimiento.

Llegados a este punto, las preguntas se hacen más importantes que las respuestas, abriéndose varias cuestiones como: ¿de dónde se origina este carácter universal y necesario? ¿Por qué le otorgamos a estos razonamientos unas normas fijas? ¿Qué consecuencias epistemológicas u ontológicas alcanza este nuevo paradigma?

Antes de entrar con estas interpelaciones, vamos a facilitar unos ejemplos para esclarecer esta idea de que la lógica-matemática no es trascendental, universal, necesaria o *a priori*. Se puede observar en la comunidad de la filosofía matemática[14] o en la de los

[14] Una observación: hay que advertir que los matemáticos y los filósofos matemáticos no comprenden su objetivo de la misma manera, aunque sus intereses son complementarios. El filósofo trata a la matemática desde una relación entre la matemática y el mundo, ofreciendo bases bastantes racionales sobre su fundamentación y dotándola de un argumento lo más consistente posible, como insistir en sus errores y ampliar el campo y razonamiento desde otras matemáticas (Metamatemática). Los matemáticos están más interesados en el caso práctico, y aunque también a través de la práctica van afianzando sus bases, su primer objeto no es la fundamentación, sino el de aplicar las reglas e ir resolviendo problemas matemáticos, no se replantean tanto su naturaleza en sí.

propios lógicos-matemáticos y sus convenciones académicas diferentes casos. Éstos no se ponen de acuerdo con respecto a concepciones u objetos matemáticos tales como: número (sobre qué llaman número, qué tipos de números son calificados como números, etc.), como también con la idea de punto, infinito, símbolo igual (=), sobre el método a utilizar, etc.[15]

Continuamos con otro ejemplo: en matemáticas 1 es igual a la raíz cuadrada de 1 ($\sqrt{1}$), pero cuando empiezas a operar con ellos dan diferentes resultados, relativizando el concepto mismo de igual (=). O también, más que haber un asentamiento universal sobre *el principio de no contradicción,* hay un disentimiento universal, porque si éste tuviese un carácter universal se tendría que ver más fuerte o evidente en los niños, en los salvajes o en las personas analfabetas, ya que éstas todavía no han aprendido nada, y por tanto, no han sido corrompidos por la educación. Wittgenstein, nos lo ilustra muy bien al inicio de la obra póstuma *Observaciones sobre los fundamentos de la matemática*.

> "Usamos la expresión: «Los pasos vienen determinados por la fórmula…». Pero ¿cómo se usa? Podemos referirnos, por ejemplo, a que los seres humanos la educación (adiestramiento) nos lleva a usar la fórmula $y=x^2$ de tal modo que siempre que atribuyen el mismo valor x, obtienen el mismo valor para y. O bien podemos decir: «Estas personas están de tal modo adiestradas que todas ellas, ante la orden "+3", dan el mismo paso en el mismo punto». Podemos expresar esto del siguiente modo: «la orden "+3" determina completamente para estas personas cualquier transición de un número al siguiente». (Al contrario que otras personas, que ante esa orden no saben qué tienen que hacer, o que, si bien reaccionan con seguridad ante ella, lo hacen, sin embargo, cada una de un modo diferente).
>
> Por otra parte, podemos contrastar diferentes tipos de fórmulas y deferentes tipos de uso (diferentes tipos de adiestramiento) apropiados a ellas […]

[15] Con esto queremos decir, no que los matemáticos no se entiendan entre sí, o que cada uno tenga una idea diferente de lo que es *el número o el método* por ejemplo, sino que a la hora de definir y redefinir estos entes abstractos lo hacen de una manera diferente, que les permite a cada uno resolver o alcanzar diferentes resultados que le son útiles en su investigación (crean nuevas reglas, por decirlo de otro modo).

2. «El significado que pretende darse a la fórmula determina los pasos a seguir» ¿Cuál es el criterio para saber qué significado ha querido darse a la fórmula? El modo y manera, presumiblemente, como la usamos de continuo, como se nos enseñó a usarla."[16]

2.1. Filosofía de la Psicológica y la Matemática.

Nuestro autor, en el primero párrafo prácticamente ya destruye la idea de la universalidad y la de carácter necesario de la lógica afirmando que ésta es un tipo de adiestramiento, un tipo de instrucción educativa. Es decir, es un entrenamiento o ejercicio práctico que tienes que aprehender, atestiguando que no solo hay una, y que es de carácter "universal", sino que hay tantas lógicas como tipos de adiestramiento, (es decir, pluralidad de lógicas y aprendizajes), y por esta razón, diferentes personas dan el mismo paso ante la misma orden *(+3),* porque han tenido el mismo tipo de formación. Mientras que otras, al contrario, si bien antes reaccionaban con seguridad ante ella, ahora lo hacen, sin embargo, cada una de un modo diferente. Además, con este primer párrafo, no solo demuele la primera teoría de la universalidad, sino que también echa abajo la segunda comprensión acerca del carácter necesario. ¿De qué manera? Pues, de igual modo, al reaccionar de la misma manera ante la misma orden, cumple un requisito psicológico conductista, y autorizamos una actitud, es decir, reaccionamos de igual modo ante las reglas de las matemáticas (da apariencia de necesario), y no nos comportamos así ante otro tipo de reglas.

[16] Wittgenstein, Ludwig. *"Observaciones sobre los fundamentos de la filosofía matemática"*. Alianza Editorial, S. A. Madrid. Es un material editado en 1956 que recoge una selección de los cuadernos y manuscritos de Wittgenstein entre 1937 y 1944. Edición de G. Henrik con Wright, R. Rhees y G.E. M. Anscombe. Versión española Isidoro Reguera. (pp. 15-16). Estos párrafos con alguna modificación fueron incluidos en "Investigaciones Filosóficas".

2.2. Seguir la regla.

Filosofía del Lenguaje y Filosofía de la Psicología Matemática.

En nuestro lenguaje, y en nuestras convenciones, existen reglas dadas por nosotros *la comunidad lingüística*, por las que actuamos acorde con respecto a ellas. Éstas se relacionan con el carácter objetivo, puesto que las reglas tienen que ser públicas para poder compartir, comunicarnos y comprendernos. Para que esta correspondencia se dé, tenemos que saber *seguir la regla y* aprenderla de la misma manera que aprendemos a utilizar la lógica.

Bien, se puede comprender, que nosotros los usuarios le otorgamos a las reglas del lenguaje matemático una especie de *status especial,* porque una vez establecemos una regla matemática, la fijamos, a diferencia de las otras reglas del mismo lenguaje que las consideramos más vagas; tienen unos sentidos fijos, pero que podemos ir cambiando e improvisando dependiendo del juego del lenguaje.

Sobre las reglas en el lenguaje matemático:

> "Lo que hay que entender es que si no estamos dispuestos a ponerla en tela de juicio es porque nosotros, los usuarios (i.e., la comunidad lingüística), así lo decidimos y por consiguiente inexorablemente la imponemos. Por ejemplo, no hay más que una respuesta a la pregunta '¿Cuánto es "2+2"?´ es decir, no se le permite a ningún niño (mejor dicho, a nadie) dudar de que 2 + 2 = 4. Y esto es lo que explica su carácter de "necesarias". Una vez establecidas, nos dejamos guiar por ellas, es decir, razonamos en concordancia con ellas. El todo de nuestra experiencia queda moldeadas por ellas." [17]

Las reglas en matemáticas son *fijas,* porque les otorgamos ese estatus de rigidez, y de aquí, como bien dice el vienés, se le otorga un valor lingüístico-psicológico bautizado como *necesario*, pero en sí mismo no tiene nada de necesario. Solo en la medida en la

[17] Bassols, Alejandro Tomasini. Artículo "La filosofía de las matemáticas del segundo Wittgenstein". Universidad Nacional de Autónoma de México. Spring [on line] [29 de noviembre, 2016] Disponible en Internet;
<URL: http://www.filosoficas.unam.mx/~tomasini/ENSAYOS/Fil-Mats-Witt-II.pdf

que nos han adiestrado en un tipo de técnica o cálculo, se afirma que detrás de la adicción 2+2 necesariamente el resultado es 4, y por lo tanto decimos 4.

El ejemplo Wittgensteiniano de *la serie +2*[18], es muy aclaratorio con respecto a cómo utilizamos esta técnica de cálculo:

Al seguir la serie 2004 +2, sé que viene 2006. Pero no quiere decir que, porque yo sepa hacer esta operación, ya lo supusiera a priori. "El que yo no tenga duda alguna respecto de esa cuestión no significa que haya sido respondida ya antes"[19]. Ante esta operación, con total seguridad psicológica respondo "2006", porque ya tengo interiorizada esta forma de sumar, que hemos aprendido de niños. La instrucción de esta operación de sumar, a través de ejemplos, se completa (aprende) después de muchos casos particulares en la experiencia, en que "te han negado otras maneras de operar, te han corregido". Hay una modificación permanente en la conducta que no se puede atribuir de respuesta innata. Como resultado de repetidas experiencias, el niño termina por adquirir o adoptar esta técnica, es decir, instaura una correspondencia de equilibrio corrigiendo los conflictos entre el sujeto y entorno social. Hasta que el niño por sí mismo, se corrige y corrige a otros. Por consiguiente, no significa que haya otras maneras de *sumar* o *contar* "no es solamente una cuestión de nombres […] si lo hiciéramos de otra manera seguramente no sería contar. […] llamamos contar a una actividad humana de nuestra vida. […] (Contar significa: contar así) […] es una técnica que se usa diariamente en las más variadas operaciones de nuestra vida".[20] Después de exponer este apartado, se puede comprender mejor la relación que co-existe entre el lenguaje, la psicología y cómo se comprende desde estas dos el lenguaje y las reglas en las matemáticas.

[18] Wittgenstein, Ludwig. *"Observaciones sobre los fundamentos de la filosofía matemática"*. Alianza Editorial, S. A. Madrid. Es un material editado en 1956 que recoge una selección de los cuadernos y manuscritos de Wittgenstein entre 1937 y 1944. Edición de G. Henrik con Wright, R. Rhees y G.E. M. Anscombe. Versión española Isidoro Reguera. (pp. 16. Parte I , punto 3.)

[19] *Wittgenstein (1956), op. Cit. pp. 17.*

[20] Wittgenstein (1956), op. Cit. pp. 17.

3. Lo Sorprendente de la Matemática.

Avanzando en nuestro razonamiento, después de haber explicado la visión y todo el subsuelo filosófico de donde parte el ensayo, empezaremos a edificar. Vamos a examinar otras características o síntomas que se pueden reconocer a partir de este foco de pensamiento, que abre distintas líneas de investigación sobre el psico-lenguaje matemático y su interpretación filosófica. Concebido, como hemos dicho anteriormente, por el estatus especial que le otorgamos. Lo sorprendente de la matemática es que también contiene una nueva imagen-concepto que crea esta disciplina práctica, y es ver a un matemático como productor de esencias y la forma que tienen éstas de relacionarse (reglas) entre ellas.

Por otra parte, el cambio de visión que hemos ido introduciendo desde el inicio del estudio, es el de reconocer el proyecto matemático como un programa pragmático, líquido, resituado dentro del lenguaje natural, y no como un espécimen de juego del lenguaje aparte con otro tipo de naturaleza. Ahora tiene que ver, como en todos los campos de la vida, más con los motivos que con las razones. Ha pasado de ser sinónimo de verdad universal, a realidad pluri-instrumental, una forma de actuar y de pensar donde sus valores, más que verdad necesaria o a priori, son consensos. Pudiéndose observar que esta gramática es relativa en sus métodos o sentidos dependiendo la situación dada. Con esto también queremos decir que aunque haya cambiado su estatus, sigue poseyendo por reconocimiento las reglas más fijas que consentimos, si no, no sería lo que llamamos matemáticas, y esto es así porque nos da resultado, en efecto, nos es útil. ¿Y dónde nos es útil? Pues en la vida cotidiana. “Nosotros reconducimos las palabras de su empleo metafísico a su empleo cotidiano” […] “como si el significado fuera una atmosfera que la palabra conllevara y asumiera en todo tipo de empleo”[21]

Se tendía a concebir al matemático como un arqueólogo que va sacando a la luz verdades abstractas, pero nada más lejos. Nuestro autor objeta esta creencia, para el austriaco, la

[21] Wittgenstein, Ludwig. *“Investigaciones Filosóficas”.* Ed. Crítica 2008. Edición española traducido por Alfonso García Suárez y Ulises Moulines. Parágrafo 116,117.

matemática “crea esencias al desarrollar su actividad”[22] y es en la vida cotidiana donde vuelca el sentido de dicha actividad.

Observaremos, que esta idea de “el matemático como creador de esencias” y sus consecuencias, demanda, para evitar ser llevados a confusiones, de un ejercicio de terapia filosófica al estilo de Wittgenstein. A saber, de una recolocación dentro del propio lenguaje. Un ejercicio filosófico que trata de resolver malentendidos conceptuales a los que Wittgenstein llama *nudos*, y orientar el problema como una cuestión gramatical. Donde se nos muestra que el conflicto se encuentra en arrebatar las palabras de sus usos cotidianos y de los contextos particulares en los que se está usando. Este punto constituye uno de los principales problemas lingüísticos de los hablantes, o uno de los peligros de los que hay que advertir y corregir. Esto se produce, entre otros casos, al intentar hacer metalenguaje y otros tipos de operaciones lingüísticas que permite el mismo lenguaje natural, y por lo tanto, hay que proponer su nuevo encuadre gramatical.

Un claro ejemplo es el caso expuesto antes sobre el número (sobre qué llaman número, qué tipos de números son calificados como números etc.). No hay una concepción unitaria sobre el número, más bien hay semejanzas entre diferentes clases de número como parentescos entre los miembros de una familia, y este parentesco es lo que llama Wittgenstein *aires de familia.* Se puede encontrar algo común entre ellos, pero no se descarta la extensión del concepto, por lo tanto, no hay una esencia del número, sino que está determinado a ser modificado por el uso, responde a la praxis.

Siendo conscientes de esta imagen del lenguaje matemático práctico, sigue conservando una posición o clase destacada respecto de la imagen tradicional. Esta disciplina siempre se nos ha presentado como nueva imagen con respecto a las otras áreas de pensamiento, con nuevos conceptos y sus propios objetos matemáticos hasta el punto de crear esencias, nuevas realidades en las que se relacionan con otro mundo, de manera análoga al caso del mundo platónico (un mundo de ideas), y que sin saber cómo, se corresponde con la actividad humana.

---

[22] Sadovsky, Eugenio. Artículo *“Matemáticas sin metafísica; en los juegos del lenguaje de Wittgenstein”. Perspectivas Metodológicas / 18 /Vol. II /Año 2016. P. 112.*

3.1. Platonismo y Anti-platonismo Matemático.

Se tiende a concebir las matemáticas de una forma metafísica. Como un mundo ideal, aparte, donde se encuentran sus entidades abstractas que gozan de un espacio más allá de experiencia. Siendo éstas, la proyección de una ilusión de certeza, es decir, se cree que hay verdad en ellas mismas. Se habla de las matemáticas como un descubrimiento histórico sobre la naturaleza, hasta se ha llegado a decir que las matemáticas es el lenguaje en el que se expresa y opera el universo, describiendo así, la verdadera realidad. Y que nosotros los humanos por suerte, o por otras razones como por ejemplo teológicas somos accesibles a ella.

Ludwig Wittgenstein intenta afrontar esta concepción tradicional, en la que está bajo el paradigma filosófico de la primera etapa de la concepción lingüística (fregeano-russeliana) del principio del siglo XX. Y se va a oponer a ella con una visión más pragmática[23]. Wittgenstein "da movimiento a estas fichas en un juego que en vez de fichas se utilizan palabras"[24], y en un intento de no hacer filosofía metafísica o filosofía a golpe de concepto, introduce "la idea de movimiento en el Juego del lenguaje[25]. Afirmando que "con los signos, las actividades, las circunstancias, y los objetos de los hablantes basta."[26]. Aquí se opone a la visión platónica y da un giro de 180º a las bases sobre las cuales se apoyaban las nociones en la primera etapa. Que eran, recordemos, primeramente sobre una base ontológica (estática). Y en este segundo período se apoya en que el sentido se encuentra en la vida cotidiana, la acción, el uso y la forma de vida de los hablantes. Es

[23] Pragmático. La palabra proviene del griego *pragma* que significa "hecho" o "acto" (situación concreta). L. Wittgenstein quiere decir aquí en su concepción de la filosofía del lenguaje, que cada significado vendrá dado por la acción particular que se esté realizando y su uso lingüístico, en esa situación concreta. Donde operan los hablantes, el juego del lenguaje, el marco cultural la forma de vida, etc.

[24] Bassols, Alejandro Tomasini. Artículo *"La filosofía de las matemáticas del segundo Wittgenstein"*. Universidad Nacional de Autónoma de México. Spring [on line] [29 de Noviembre , 2016] Disponible en Internet.

[25] *Bassols. , op. Cit. pp. 16.*

[26] *Bassols. , op. Cit. pp. 16*

decir, no existe un mundo objetivo con verdades ontológicas al cual podemos acceder y desvelar.

3.2. El Matemático produce Esencias y su relación demostrativa.

La matemática tradicional, en su actividad produce conceptos, es decir "descubre" esencias[27]. Este estatus ontológico viene dado por el aparente descubrimiento introspectivo que va haciendo el matemático, y su éxito a partir de la modernidad es incontrastable. Esta aparente verdad viene dada por su gran utilidad y avances que ha generado en el mundo moderno, y se puede constatar esta creencia en filósofos como Bertrand Russell, que afirma en el *Principia Mathematica*: "Las Matemáticas poseen no solo la verdad, sino cierta belleza suprema. Una belleza fría y austera, como la de una escultura". Las matemáticas es una mezcla de técnicas demostrativas, y su máxima expresión constataba en demostrar su verdad a través de una prueba. Es decir, presentar y exhibir el método y sus pasos lógicos de su justificación.

La demostración en matemáticas es clave en su estatus, y en sus prácticas lleva al matemático a "descubrir" cada vez más esencias. ¿A qué se debe que el matemático produzca esencias? ¿Y por qué justamente se da en las matemáticas?

El Matemático vive de la demostración, pero cuando se analizó el fundamento de las matemáticas a finales del siglo XIX y principios de XX, se constató una crisis en forma de paradojas circulares limitados así por sus propias reglas. El matemático se vio frustrado a la hora de ser consistente y justificar con rigor su propia existencia en una teoría global de la matemática. Estas paradojas inspiraron un análisis más profundo de su naturaleza y el matemático operó creando más esencia como son las lógicas de segundo orden (Metalógica). Esta problemática en el sistema matemático, y de igual modo crisis de racionalidad, lo saca a la luz bien Gödel con su *teorema de incompletitud* sobre la lógica matemática.

[27] En la concepción tradicional el matemático "descubre" esencias, mientras que Wittgenstein quiere hacernos ver que las "construye".

4. La Fundamentación Matemática.

No hay Fundamentación.

Desde del teorema, Kurt Gödel demuestra que no se puede dar una demostración de la consistencia de *Principia mathemática* más *Aritmética Elemental* dentro del propio sistema. Como también justifica de esta manera que la matemática, la mejor herramienta o pilar epistemológico racional de la modernidad no es fiable. Hacer metalógica es un paso que ha dado la ciencia, que ha resuelto mucho, pero ninguna teoría lo suficientemente potente como para incluir la aritmética elemental tiene esta propiedad, ya que no se puede probar dentro de ella ni la proposición gödeliana ni la que dice que la propia teoría es consistente. Y si alguien pretende resolver el problema creando un metalenguaje y probando allí la consistencia de la teoría, lo único que hace es añadir un nuevo problema, ya que ahora queda demostrar la consistencia de la teoría metalógica. Y si procede a crear un meta-meta-lenguaje, no hace más que continuar un proceso que nos remite al infinito. En efecto, una fundamentación total requeriría de infinitas demostraciones con la misma técnica y como nosotros somos seres finitos no podemos fundamentar el conocimiento con este método.

Si no hay demostración o prueba que confirme la coherencia de la lógica, entonces ¿es lógico seguir la lógica?

4.1. La Proposición; la Demostración Matemática y el Paradigma.

Las proposiciones por sí mismas carecen de contenido, y por medio de ellas no se habla de nada, requieren de un sentido que se da en la vida cotidiana, y de aquí la justificación de su actividad. La verdad matemática que se infiere de ellas se encuentra en relación con su demostración. Es decir, para que una proposición quede demostrada se construye una prueba, a través de la cual es integrada a un sistema, y es ahí cuando decimos que es verdadera. Por lo tanto, la aceptación se produce sobre la base de la demostración. ¿Y cómo nos obliga? Precisamente, en que me niego a seguir otro camino o método como expresa Wittgenstein. Que se pueda demostrar a través del experimento, no significa que sea el único método, sino que hay diferentes tipos de adiestramiento o técnicas que pueden cumplir la misma función. Siendo conscientes que la matemática, como el resto de las ciencias y todos los campos del saber de la vida humana, siguen unos intereses, como son éticos, políticos, sociales, económicos, epistemológicos e incluso espirituales. Partir de estos parámetros de investigación encamina el conocimiento. Es decir, el matemático según sus creencias, su forma de ser y ver el mundo, lo que necesite y lo que le es más útil, elegirá o utilizará el método que más le convenga según a donde esté orientando el objeto de la investigación. En otras palabras, elegirá la que le valga mejor, ya que es un criterio totalmente instrumental y pragmático, y este es la única razón a la hora de elegir una u otra práctica.

Por consiguiente, reconstruyendo el método por la repetición de la actividad puedo producir una forma, que ya sé (a priori, porque recorro el mismo camino) que me garantiza mi interés o el de mi sociedad, y de esta manera se instaura esta forma como paradigma. Es decir, al ser un camino recorrido, se sabe que el método utilizado es fiable instrumentalmente y se aplica cada vez que se quiera esos resultados, optando por el método más rápido y eficaz a los intereses del investigador y su sociedad, discriminando otras metodologías.

> "Yo puedo ocasionalmente producir nuevas interpretaciones, no con el ánimo de sugerir que ellas son correctas, sino con el ánimo de mostrar que la vieja interpretación y la nueva son igualmente arbitrarias. Inventaré una nueva interpretación únicamente para colocarla cara a cara con la anterior y decir 'Aquí, elige, toma tu elección'."[28]

Esta figura (forma) me enseña un nuevo modo de controlar si realmente he dibujado ahora la misma figura. Luego, me guío por este modelo, me dejo llevar. Esto quiere decir, que *estoy seguro* de que normalmente no se me presentará dificultad alguna, *me encuentro satisfecho*.

[28] Wittgenstein, Ludwig. "Investigaciones Filosóficas". Ed. Crítica 2008. Edición española traducido por Alfonso García Suárez y Ulises Moulines. p.14

Todo este método basado en la proposición, después de examinar cómo se establece su demostración y su verdad, esclarece que ésta no se guía por ponderaciones universales, aunque no negamos que la proposición matemática conserve un estatus especial:

> "Esto lo que sugiere es precisamente que en el fondo no son proposiciones. Una oración como "hace calor" puede ser utilizada hoy para decir algo verdadero, pero su uso mañana puede dar lugar a una falsedad, en tanto que una "proposición matemática", una vez aceptada, ya no se modifica. Una vez establecida, la "archivamos", la metemos en un cajón. Lo que hay que entender es que si no estamos dispuesta a ponerla en tela de juicio es porque nosotros, los usuarios del lenguaje [...] así lo decidimos, y por consiguiente inexorablemente la imponemos".[29]

La justificación está en la prueba misma, alcanzada la demostración la proposición queda inamovible, se convierte en paradigma, con lo cual podemos hacer nuevos cálculos. Y para que suceda esto, la prueba también tiene que ser fácilmente analizable.

Conclusión: No hay Fundamentación de la Matemática.

Después de este análisis y según cada uno de los temas escogidos, la idea en la que gravita toda esta mega-estructura, es para poder esclarecer el fundamento mismo de la naturaleza matemática y qué relación tiene esta con la creación de conceptos y esencias. Nuestro autor hace una observación desde la perspectiva de la filosofía del lenguaje. Y afirma que la matemática sí crea conceptos, pero de la misma manera que lo hace cualquier juego del lenguaje, aunque sí es verdad que esta manera que tiene de relacionarse entre sus objetos es más compleja. Esto se puede entender análogamente con respecto a los otros juegos del lenguaje. Por ejemplo, el lenguaje de la biología, hace sus relaciones y crea sus conceptos, como también lo ha hecho la tradición filosófica, (aunque Wittgenstein no esté de acuerdo con esta forma de hacer filosofía). El vienés afirma que hay que tener cuidado con el uso del lenguaje natural, porque nos lleva a nudos conceptuales, estos pueden ser mal interpretados y llevarnos confusiones o crear esencias,

[29] *Bassols., op. Cit. pp. 23-24.*

abstracciones que no tienen en cuenta el uso particular. Y como hemos dicho anteriormente el filósofo, según Wittgenstein, tiene que encargarse de deshacer estos nudos conceptuales como si de una terapia se tratase.

La matemática es un juego como el ajedrez, salvando sus diferencias. Es verdad que son tipos de juegos diferentes, en los que hay que tener en cuenta entre otras cosas, la manera de jugar, o la motivación de los jugadores, sus contextos particulares etc. Siguiendo con el razonamiento, estos dos tipos de juegos tienen en común reglas, movimientos que apuntan a los juegos mismos (reglas, estrategias, etc.), y que por medio de ellos no se alude a nada exterior, y del mismo modo solo se justifican a sí mismos. De manera semejante, las matemáticas se componen de cálculos auto-subsistentes que son ellos mismos su propia justificación.

En otras palabras, las matemáticas en sí mismas, no necesitan de justificación, porque tanto éstas como la geometría por ejemplo, lo que aporta es una gramática. El lógico crea conceptos como otros juegos del lenguaje crean los suyos, y por qué, pues porque somos seres simbólicos y somos así. Tocamos con *la roca* del fundamento último de la que habla Wittgenstein y querer preguntar sobre más allá de la roca, es querer hacer metalenguaje, crear pseudo problemas y mal usar el lenguaje. Esta Gramática matemática permite hacer aseveraciones en nuestra vida cotidiana, pero la geometría como la lógica por sí misma no dice nada; los teoremas geométricos, conceptos, abstracciones que creamos, como esencias, o lo que se puede derivar de ella "son reglas de sintaxis, esto es "gramaticales", para los enunciados acerca de dimensiones, volúmenes, áreas, etc." [30] En la vida cotidiana, por ejemplo se da que alguien quiere comprar un terreno "[…] y necesita saber cuántos metros cuadrados es. Las mediciones son obviamente empíricas, pero lo que aporta la geometría es la gramática misma de las afirmaciones concernientes a mediciones y gracias a las cuales expresiones como "la superficie de esta casa es X" se vuelven significativas"[31].

El problema surge cuando la técnica lógica es puesta al servicio de un programa filosófico desorientado, en este caso la es fundamentación de las matemáticas.

[30] *Bassols., op. Cit. pp. 24.*
[31] *Bassols., op. Cit. pp. 24.*

Para entendernos, cuando quieres explicar un juego como es la geometría, la matemática o la gramática en sí misma, creas como llama Wittgenstein un pseudo problema. No estás utilizando el lenguaje legítimamente, ya que éstas son aportaciones gramaticales, no se pueden justificar en sí mismas. Solo se puede justificar su existencia lingüística como herramienta, en medida de su uso y utilidad para calcular terrenos en el mundo empírico (praxis), ya que el lenguaje no refleja el mundo, sino que lo creamos para movernos según nuestros intereses en el mundo.

Que unas relaciones se puedan poner en conexión unas con las otras no significa que unos sirvan para justificar otros. Los objetos de la realidad (mundo empírico), están vinculados entre sí por relaciones externas, es decir, contingentes. En cambio, los elementos de los sistemas (por ejemplo, los sistemas lógicos) están conectados entre sí por relaciones internas, o sea "necesarias", como hemos dicho solo apuntan a sí mismas.

Cierre de Teorías Filosóficas.
La construcción Objetiva.
La Matemática como Actividad Humana.
Y la Filosofía del Lenguaje y Psicología.

Las matemáticas son parte del ser humano, es una actividad que realiza cotidianamente en su vida, tan natural como lo es también el comer, hablar, comunicarnos, o salvar a alguien si está en peligro. El error se encuentra en hacer una investigación filosófica introspectiva (esto es hacer mal uso del lenguaje, como el intentar justificar la matemática en sí misma, la razón etc.)[32], esto nos lleva a pseudo-problemas filosóficos o sin sentidos. Somos animales racionales, lógico-matemáticos, como también somos irracionales u ilógicos. Esto es tan natural en el hombre, como el despertarse y abrir los ojos por la mañana, bostezar etc. Por lo tanto, siguiendo en línea con nuestra proposición, el matemático no descubre, inventa.

[32] Wittgenstein también habla de otros pseudos problemas creados por la filosofía tradicional, como es la cuestión moderna más conocida el problema Mente-Cuerpo cartesiano. Se utiliza la visión del vienés en campos como son la psicología o la neurociencia por ejemplo.

Concluyendo, la Matemática no necesita justificación, aunque necesita de una clarificación de su gramática, es decir, una clarificación para su uso. El teorema de Gödel para Wittgenstein no tiene sentido. La serie de los números y conceptos, no son verdaderos, así como nuestra lógica, sino que es útil, y sobre todo que es utilizada.

El carácter objetivo que podemos apreciar en ellas, es fruto de la coincidencia de que seamos parecidos, es decir, somos seres humanos, es normal que fisiológicamente hagamos operaciones parecidas tanto mentales como físicas, de igual manera también hay factores históricos, culturales, prácticos... "Es un hecho de la naturaleza que todos tendemos actuar de la misma manera, por eso existen acuerdos y convenciones"[33]. Esto tiene que ver con seguir la regla, seguir la lógica, hacer inferencias y en cómo se adquiere pedagógicamente estas maneras de hacer las cosas. Interiorizar la regla, quiere decir que se dejó convencer por ella. La ha aceptado como suya y ya la aplica como los demás usuarios del simbolismo en este contexto.

Nos gusta imaginar que el inferir es una actividad peculiar, como también el calcular, nos imponemos este discurso de la lógica y las matemáticas a nosotros mismos, como también nos gusta sentirnos seguros y satisfechos. Somos matemáticos por naturaleza en las diferentes facetas de la vida, y de ahí el triunfo de la matemática, su objetividad.

La matemática como invención humana.

[33] Wittgenstein, Ludwig. "Observaciones sobre los fundamentos de la filosofía matemática". Alianza Editorial, S. A. Madrid. Es un material editado en 1956 que recoge una selección de los cuadernos y manuscritos de Wittgenstein entre 1937 y 1944. Edición de G. Henrik con Wright, R. Rhees y G.E. M. Anscombe. Versión española Isidoro Reguera. (pp. 31).

Bibliografía:

- Wittgenstein, Ludwig. “Observaciones sobre los fundamentos de la filosofía matemática”. Alianza Editorial, S. A. Madrid. Es un material editado en 1956 que recoge una selección de los cuadernos y manuscritos de Wittgenstein entre 1937 y 1944. Edición de G. Henrik con Wright, R. Rhees y G.E. M. Anscombe. Versión española Isidoro Reguera.
- Wittgenstein, “Gramática Filosófica”, Edición de Rush Rhees. Editorial Universidad autónoma de México.
- Wittgenstein, Ludwig. “Investigaciones Filosóficas”. Ed. Crítica 2008. Edición española traducido por Alfonso García Suárez y Ulises Moulines.
- Wittgenstein, Ludwig. “Tractatus Logicus-Philosophicus”. *Ed. Tecnos 2013. Edición de Valdés Villanueva, L. M., 4ª ed.*

- Bassols, Alejandro Tomasini. Artículo “La filosofía de las matemáticas del segundo Wittgenstein”. Universidad Nacional de Autónoma de México. Spring [on line] [29 de Noviembre , 2016] Disponible en Internet;
<URL: http://www.filosoficas.unam.mx/~tomasini/ENSAYOS/Fil-Mats-Witt-II.pdf
- Artículo “Wittgenstein's Philosophy of Mathematics”. Publicado *First published Fri Feb 23, 2007; substantive revision Mon Mar 21, 2011.* Spring [on line] [26 de noviembre , 2016] Disponible en Internet;
<URL: https://plato.stanford.edu/entries/wittgenstein-mathematics/
- Sadovsky, Eugenio. Artículo *“ Matemáticas sin metafísica; en los juegos del lenguaje de Wittgenstein”. Perspectivas Metodológicas / 18 /Vol. II /Año 2016.*